

Магنونні моди та їх розсіяння на солітоні в 2D ізотропному антиферомагнетіку

Б. О. Іванов, В. М. Муравйов, Д. Д. Шека[⊙]

Інститут магнетизму НАН України, 252680, Київ, бул. Вернадського, 36-б

[⊙]Київський університет ім. Тараса Шевченка, радіофізичний факультет,

252127, Київ, пр. Глушкова, 2, корп. 5

E-mail: sheka@rpd.univ.kiev.ua

Резюме.

Досліджено магنونні моди в присутності солітону Белавіна-Полякова, що рухається зі сталою, в тому числі й немалою, швидкістю в 2D ізотропному антиферомагнетіку. У довгохвильовому наближенні проведено аналітичний аналіз розсіяння магنونних мод на солітоні. Дані цього аналізу відповідають чисельному розрахунку, проведеному в усьому діапазоні частот.

1. Вступ.

Вивчення магنونних мод, особливо локальних, грає важливу роль при дослідженні нелінійних властивостей 1D і 2D магнітовпорядкованих систем. Локальні (квазілокальні) магنونні моди (ЛМ) представляють собою спінові хвилі, локалізовані на магнітному солітоні. Характеризуючи внутрішні скриті ступені вільності солітону, ЛМ обумовлюють солітонний магнітний резонанс. Такий резонанс на ЛМ можна спостерігати експериментально [1,2]. Крім того, ЛМ, особливо нульові моди, надзвичайно важливі для побудови солітонної

термодинаміки в 1D випадку, див. [3–6]. Наприклад, у методі солітонної феноменології [7] вони визначають температурну залежність густини 1D солітонів.

Дослідження магنونних мод в присутності 2D солітонів тільки розпочинається. На цей час існування ЛМ передбачено для ряду 2D магнетиків: ізотропного [8], легкоплощинного [9,10] феромагнетиків (ФМ), ФМ XY-типу [11] та легкоплощинного антиферомагнетика (АФМ) [12]. Задача ускладнюється тим, що практично невідомі 2D моделі, що мають точні аналітичні розв'язки солітонного типу (з цієї причини в більшості робіт з 2D систем дослідження ЛМ проводилося на основі чисельних методів). Єдиний точний аналітичний розв'язок 2D солітонного типу, так званий розв'язок Белавіна-Полякова (БП–солітон), передбачено в [13] для ізотропного ФМ.

У даній роботі розглянуто класичний ізотропний гейзенбергівський АФМ, динамічну еволюцію якого можна описати в рамках σ - моделі для поля вектора антиферомагнетизму \mathbf{l} на основі лагранжіану [6]

$$L = \frac{1}{2} A \int \left[\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} \right)^2 - (\nabla \mathbf{l})^2 \right] d^2 x, \quad (1)$$

де A -характерна стала обміну, c -швидкість магنونів. В цьому АФМ, як і в ізотропному ФМ, також можливі нелінійні елементарні збудження типу БП–солітону [14]. У рамках моделі (1) в роботі досліджено магنونні моди, локалізовані на рухомому БП–солітоні. Показано, що солітон з топологічним зарядом ν має $2|\nu|$ ЛМ з нульовою частотою. У довгохвильовому наближенні проведено

аналітичний аналіз розсіяння магнонних мод на солітоні. Дані цього аналізу відповідають чисельному розрахунку, проведеному в усьому діапазоні частот.

2. Елементарні збудження.

Динамічні рівняння σ -моделі (1) мають вигляд:

$$\begin{cases} \theta - \sin \theta \cos \theta \left[(\nabla \phi)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 \right] = 0 \\ \nabla (\sin^2 \theta \nabla \phi) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\sin^2 \theta \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = 0 \end{cases}, \quad (2)$$

(при запису (2) використано стандартну кутову параметризацію вектора антиферомагнетизму \mathbf{l} : $l_x + il_y = \sin \theta \exp(i\phi)$, $l_z = \cos \theta$).

Найпростіші елементарні лінійні збудження, що виникають на фоні однорідного основного стану — це магнони, $\theta = 0$, $\phi = k_0 x - \omega_0(k_0)t$, що мають двократно вироджений за напрямком руху спектр

$$\omega_0(k_0) = c |k_0|. \quad (3)$$

Найпростішим нелінійним збудженням σ -моделі є БП-солітон [14]. Структура статичного солітону має вигляд:

$$\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} = \zeta^{-|v|}, \quad \phi_0 = \varphi_0 + v \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \quad \zeta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R}. \quad (4)$$

Тут x, y — декартові координати в площині магнетика, $v = \pm 1, \pm 2, \dots$ — топологічний заряд солітону, R — його радіус. Енергія солітону не залежить від довільних параметрів R і φ_0 :

$$E_0 = 4\pi A |v|.$$

У силу лоренц-інваріантності моделі (1) солітонний розв'язок, що рухається зі сталою швидкістю $\mathbf{V} = V \mathbf{e}_x$, можна дістати з нерухомого (4) перетворенням Лоренца

$$\begin{aligned} \theta_0 &= \theta_0(\xi), \quad \phi_0 = \phi_0 + v\chi \\ \xi &= \frac{\sqrt{x'^2 + y'^2}}{R}, \quad \chi = \text{arctg} \frac{y'}{x'}, \\ x' &= \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}, \quad \tau = \frac{t - xV/c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}, \quad y' = y. \end{aligned}$$

Енергетичний спектр рухомого БП-солітону має стандартний релятивістський вигляд $E = \sqrt{E_0^2 + (c\mathbf{P})^2}$, де \mathbf{P} – імпульс солітону.

3. Магنونні моди в присутності солітону.

Для опису магنونних мод у присутності солітону лінеаризуємо рівняння (2), записавши $\theta = \theta_0(\xi) + \vartheta(\xi, \chi, \tau)$, $\phi = \phi_0(\chi) + \mu(\xi, \chi, \tau)/\sin \theta_0(\xi)$ (тут $\vartheta(\xi, \chi, \tau)$, $\mu(\xi, \chi, \tau)/\sin \theta_0(\xi)$ – малі відхилення від $\theta_0(\xi)$ та $\phi_0(\chi)$ відповідно):

$$\begin{cases} [-\nabla_{\xi}^2 + U_1(\xi)]\vartheta + \frac{2v}{\xi^2} \cos \theta_0 \frac{\partial \mu}{\partial \chi} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \tau^2} = 0 \\ [-\nabla_{\xi}^2 + U_2(\xi)]\mu - \frac{2v}{\xi^2} \cos \theta_0 \frac{\partial \vartheta}{\partial \chi} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mu}{\partial \tau^2} = 0 \end{cases}.$$

Звернемо увагу на те, що “потенціали” в обох рівняннях співпадають: $U_1(\xi) = U_2(\xi) = (v/\xi)^2 \cos 2\theta_0$. Цей факт є унікальним для ізотропної σ - моделі (наприклад, у легкоплощинному магнетіку $U_1(\xi) \neq U_2(\xi)$, і, відповідно, задачу можна проаналізувати тільки чисельно). У випадку $U_1(\xi) = U_2(\xi)$ рівняння для

магнонних мод можна подати у вигляді 2D хвильового рівняння для величини

$$\psi = \vartheta + i\mu :$$

$$\left[-\nabla_{\xi}^2 + \frac{v^2}{\xi^2} \cos 2\theta_0 \right] \psi - i \frac{2v}{\xi^2} \cos \theta_0 \frac{\partial \psi}{\partial \chi} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} = 0.$$

Розв'язок цього рівняння має вигляд суперпозиції парціальних хвиль

$$\psi = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \psi_m(\xi) \exp(im\chi - i\omega\tau),$$

де m – ціле (азимутальне) число. Функція $\psi_m(\xi)$ є розв'язком спектральної задачі

$$\hat{H} \psi_m = q^2 \psi_m \tag{5}$$

для 2D радіального оператора Шредінгера $\hat{H} = -\nabla_{\xi}^2 + U(\xi)$. Величина $q = kR$; k зв'язане з ω законом дисперсії (3) та має зміст хвильового числа в рухомій системі координат, пов'язаній з солітоном. Відмінність ω від власної частоти магнону ω_0 обумовлюється ефектом Доплера:

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{k}}{ck}}.$$

“Потенціал” $U(\xi)$ задачі (5) має вигляд:

$$U(\xi) = \frac{m^2 + 2mv \cos \theta_0 + v^2 \cos 2\theta_0}{\xi^2}. \tag{6}$$

Повний розв'язок задачі (5) – (6) описується набором станів неперервного спектру ψ_m^q та нульовими розв'язками ψ_m^0 . У випадку нульової моди ψ_m^0 ($\omega = 0$)

відновлюється масштабна інваріантність моделі, тому задачу можна розв'язати точно [8]:

$$\psi_m^0 = \begin{cases} \frac{2\xi^{-v-m}}{1+\xi^{-2v}}, & m \leq v \\ \frac{2\xi^{-v+m}}{1+\xi^{-2v}} \left(\frac{\xi^{2v}}{m+v} + \frac{2}{m} + \frac{\xi^{-2v}}{m-v} \right), & m > v \end{cases}. \quad (7)$$

Тут і далі для визначеності будемо розглядати випадок $v > 0$, для аналізу солітонів з $v < 0$ достатньо замінити m на $-m$. Аналіз асимптотичної поведінки розв'язку (7) виявляє, що тільки для $-v < m \leq v$ функція ψ_m^0 спадає при віддаленні від солітону. Звідси випливає існування $2v$ ЛМ. Фізичний зміст двох з них очевидний: функція ψ_1^0 описує трансляційні моди, тобто зсув солітону як цілого, ψ_0^0 описує ротаційно-осциляційні моди, тобто поворот солітону та зміну його радіуса.

Для станів неперервного спектру ψ_m^q аналітичних розв'язків не знайдено. Проте можна провести достатньо повний аналіз у довгохвильовому наближенні, $q \ll 1$. У цьому випадку розв'язки (7) можна використати як наближені в області $\xi \ll 1/q$. Якщо $\xi \gg 1$, то можливе інше спрощення: “потенціал” $U(\xi)$ має асимптотичний вигляд $U(\xi) \approx (m+v)^2/\xi^2$, (5) – (6) переходить у стандартне рівняння Бесселя, розв'язок якого має вигляд:

$$\psi_m^q = C \left[J_n(q\xi) + \sigma_m^v(q) N_n(q\xi) \right], \quad n = m + v, \quad (8)$$

де C та σ_m^v — сталі, що характеризують два лінійно-незалежні розв'язки $J_n(x)$ і $N_n(x)$ (функції Бесселя та Неймана цілого індексу n відповідно).

Відзначимо, що систему (5) – (6) можна розглядати також для опису вільних магنونів. Для цього в (6) достатньо покласти $v=0$. Тоді для ψ_m^q дістанемо розв'язок

$$\psi_m^q = J_m(q\xi), \quad (9)$$

справедливий на всьому діапазоні ξ .

Порівняння асимптотик розв'язків (8) і (9) на великих відстанях приводить до висновку, що σ_m^v визначає амплітуду магنونного розсіяння на БП-солітоні.

4. Обчислення амплітуди розсіяння.

Перейдемо до обчислення амплітуди розсіяння в довгохвильовому наближенні, $q \ll 1$. Відповідно до вище запропонованої схеми, в області $\xi \ll 1/q$ розв'язок при малих, але скінченних q будемо шукати у вигляді

$$\psi_m^q = \psi_m^0 [1 + \alpha_m(\xi)], \quad (10)$$

вважаючи, що $\alpha_m(\xi) \ll 1$. Підстановка (10) у (5)–(6) зі збереженням доданків з $q^2 \psi_m^0$ або $\alpha_m(\xi)$ приводить до рівняння для $\alpha_m(\xi)$:

$$\left(\psi_m^0 \nabla_\xi^2 + 2 \frac{d\psi_m^0}{d\xi} \frac{d}{d\xi} \right) \alpha_m = -q^2 \psi_m^0.$$

Розв'язок цього рівняння можна записати у вигляді

$$\alpha_m(\xi) = -q^2 \int_0^\xi \frac{d\eta}{\eta[\psi_m^0(\eta)]^2} \int_0^\eta \varsigma [\psi_m^0(\varsigma)]^2 d\varsigma. \quad (11)$$

Нагадаємо, що цей розв'язок застосовний при $\xi \ll 1/q$. Якщо ж $\xi \gg 1$, то справедливий розв'язок (8). У довгохвильовому наближенні області застосовності розв'язків (8) і (11) перекриваються, тобто існує досить широкий інтервал значень ξ , $1 \ll \xi \ll 1/q$, в якому можна ввести амплітуду розсіяння σ_m^v , користуючись (8), і в той же час вважати $\alpha_m(\xi) \ll 1$ та описувати розв'язки на основі (11). Крім того, у вказаному інтервалі $q\xi \ll 1$, тому в (8) можна обмежитись асимптотиками циліндричних функцій при малих значеннях аргументу, що спрощує обчислення $\sigma_m^v(q)$. Наведемо деякі конкретні результати.

Для $-\nu + 1 < m \leq \nu$ можна отримати явний вигляд функції ψ_m^q :

$$\psi_m^q = \xi^{-(m+\nu)} - \frac{\pi q^2 B_m}{4(m+\nu)} \xi^{m+\nu},$$

$$B_m = \begin{cases} (m-1)\nu^{-3} \sum_{p=1}^{\nu} (2p-1) \sin[\pi \nu^{-1}(m+\nu-1)(2p-1)], & m \neq 1 \\ (\pi\nu)^{-1} & m = 1 \end{cases} \quad (12)$$

Порівнюючи (12) з асимптотиками циліндричних функцій, дістаємо, що для вказаних m амплітуда розсіяння

$$\sigma_m^v(q) = \frac{1}{B_m [(m+\nu-1)!]^2} \left(\frac{q}{2}\right)^{2(m+\nu-1)},$$

та інтенсивність розсіяння спадає при $q \rightarrow 0$, причому швидше для солітонів з більшим топологічним зарядом.

Можна також провести розрахунок для $m = -\nu + 1$. У цьому випадку

$$\sigma_{-\nu+1}^{\nu}(q) = \frac{\pi}{2 \ln(1/q)}. \quad (13)$$

Аналіз показав, що для цієї моди інтенсивність розсіяння максимальна: хоч величина $\sigma_{-\nu+1}^{\nu}(q) \rightarrow 0$ при $q \rightarrow 0$, але $d\sigma_{-\nu+1}^{\nu}(q)/dq$ розбігається при малих q . Таку поведінку помітили під час чисельного аналізу розсіяння магنونів з $m = 0$ на магнітному вихорі в легкоплощинному АФМ [12].

У випадку $\nu = 1$ та $m = -1$ можна дістати

$$\sigma_{-1}^1(q) = \pi q^2 \ln(1/q). \quad (14)$$

Одержані аналітично довгохвильові асимптотики амплітуди розсіяння (13), (14) добре узгоджуються з даними чисельного аналізу задачі (5) – (6), проведеного на всьому діапазоні q . Отримані в результаті цього аналізу залежності $\sigma_m^1(q)$ для $m = 0, -1$ наведені на рис. 1. При малих q інтенсивність розсіяння у випадку $m = 0$ більша. При великих q обидві залежності мають особливості. При деякому значенні $q = q_c$ ($q_c \approx 1.00$ для $m = 0$ і $q_c \approx 2.78$ для $m = -1$) амплітуда розсіяння має полюс, проте ніякої реальної розбіжності при цьому не відбувається. Фізично спостережувана фаза розсіяння $\delta_m^{\nu}(q)$, зв'язана з $\sigma_m^{\nu}(q)$ співвідношенням $\sigma = -\text{tg} \delta$, змінюється монотонно (рис. 2). Наявність полюса амплітуди розсіяння призводить до того, що повний інтегральний приріст фази розсіяння відмінний від нуля. Така особливість повинна проявлятися при побудові солітонної феноменології, призводячи до зміни числа магنونних ступенів вільності на одиницю.

5. Закінчення.

Отримані вище результати дозволяють зробити деякі загальні висновки про характер розсіяння магнонів на БП–солітоні в 2D ізотропному АФМ.

БП–солітон рухається зі сталою, в тому числі й немалою, швидкістю. Такий рух призводить лише до доплерівського зміщення частот магнонних мод.

Показано, що БП–солітон з топологічним зарядом ν володіє $2|\nu|$ нульовими модами.

У довгохвильовому наближенні досліджено характер розсіяння магнонних мод на солітоні.

Аналіз показав, що той факт, що для парціальних хвиль з даним m гранична точка $q=0$ є локальною модою, не є критичним для інтенсивності розсіяння. Зокрема, для солітону з $\nu=1$ інтенсивність розсіяння парціальної хвилі з $m=-1$ (немає ЛМ при $q \rightarrow 0$) сильніша, ніж з $m=+1$ (при $q \rightarrow 0$ є ЛМ). Єдина закономірність полягає в тому, що мода з максимальним розсіянням завжди переходить у локальну при $q \rightarrow 0$.

Виявлено, що інтенсивність розсіяння не максимальна для парціальних хвиль з найменшими $m=0, \pm 1$ (для магнітних вихорів це припущення справедливе [12]).

Специфічна неаналітична поведінка $\sigma_{-\nu+1}^{\nu}(q)$ при $q \rightarrow 0$ призводить до додаткового вкладу до зміни магнонної густини станів, що істотно для термодинаміки солітонів.

Також відзначимо, що у випадку БП–солітонів немає простих закономірностей, що описують зв'язок інтенсивностей розсіяння при $m = +|m|$ та $m = -|m|$. Для розсіяння магнонів на вихорі в легкоплощинному АФМ закономірність $\sigma_m^v(q) = \sigma_{-m}^v(q)$ встановили на основі чисельного аналізу [12].

Проведено чисельний аналіз розсіяння магнонних мод на всьому діапазоні зміни q . Цей аналіз свідчить про наявність полюсів амплітуди розсіяння σ в q – просторі, що грає важливу роль при побудові солітонної феноменології.

Ми вдячні В. Г. Бар'яхтару, О. К. Колежуку, Ф. Г. Мертенсу (F. G. Mertens), Г. И. Шнітцеру (H. I. Schnitzer) та Г. М. Вайсіну (G.M. Wysin) за обговорення роботи. Ця робота частково підтримана Грантом 2.4./27 ФФД України.

Література.

1. Крафтмахер Г. А., Мериакри В. В., Червоненкис А. Я., Щеглов В. И. // ЖЭТФ. – 1972. – **63**, вып. 4(10). – С. 1353 – 1358.
2. Boucher J.-P., Rius G., Henry Y. // Europhys. Lett. – 1987. – **4**, N9 – P. 1073-1078.
3. Косевич А. М., Иванов Б. А., Ковалев А. С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. – Киев: Наукова думка, 1983; Kosevich A. M., Ivanov B. A., Kovalev A. S. // Phys. Reports. – 1990. – **194**, N3,4 – P. 117-238.
4. Mikeska H.-J., Steiner M. // Adv. Phys. – 1991. – **40**. – P. 191.
5. Bar'yakhtar V. G., Ivanov B. A. // Soviet Scientific Reviews. Sec. A – Physics. Ed. by Khalatnikov I. M. – 1992. – **16**, part 3. – P. 1 – 223.
6. Иванов Б. А., Колежук А. К. // Физика низких температур. – 1995. – **21**, N4. – С. 355 – 389.
7. Currie J. F., Krumhansl J. A., Bishop A. R., Trullinger S. E. // Phys. Rev. B. – 1980. – **22**, N2. – P. 477 – 496.
8. Иванов Б. А. // Письма в ЖЭТФ. – 1995. – **61**, вып. 11. – С. 898 – 902.
9. Wysin G. M. // Phys. Rev. B. – 1994. – **49**, N13. – P. 8780-8789.
10. Wysin G. M., Völkel A. R. // Phys. Rev. B. – 1995. – **52**, N10 – P. 7412-7427.
11. Costa B. V., Gouvea M. E., Pires A. S. T. // Phys. Lett. A. – 1992. – **165**, N2. – P. 179 – 183; Pereira A. R., Pires A. S. T., Gouvea M. E. // Solid State Commun. – 1993. – **86**, N3. – P. 187 – 189.

12. Ivanov B. A., Kolezhuk A. K., Wysin G. M. // Phys. Rev. Lett. – 1996. – **76**, N3. – P. 511 – 514.
13. Белавин А. А., Поляков А. М. // Письма в ЖЭТФ. – 1975. – **22**, вып. 10. – С. 503 – 506.
14. Иванов Б. А., Стефанович В. А. // Физика низких температур.–1987. – **13**, N9. – С. 921 – 929.

Магнонные моды и их рассеяние на солитоне в 2D изотропном антиферромагнетике

Б. А. Иванов, В. М. Муравьев, Д. Д. Шека[⊙]

Институт магнетизма НАН Украины, 252680, Киев, бул. Вернадского, 36-б

[⊙] Киевский университет им. Тараса Шевченко, радиофизический факультет,

252127, Киев, пр. Глушкова, 2, корп. 5

E-mail: sheka@rpd.univ.kiev.ua

Резюме.

Исследованы магнонные моды в присутствии солитона Белавина-Полякова, движущегося с постоянной, в том числе и немалой, скоростью, в 2D изотропном антиферромагнетике. В длинноволновом приближении проведен аналитический анализ рассеяния магнонных мод на солитоне. Данные этого анализа соответствуют численному расчету, проведенному во всем диапазоне частот.

Magnon Modes and Their Scattering on the Soliton in a 2D Isotropic Antiferromagnet

B. A. Ivanov, V. M. Murav'yov, and D. D. Sheka[⊙]

Institute of Magnetism, Nat. Acad. of Sci. of Ukraine, 36b Vernadsky av., 252680, Kiev, Ukraine

[⊙] Radiophysics Department, Taras Shevchenko Kiev University,

2 Glushkov av., build. 5, 252127, Kiev, Ukraine

E-mail: sheka@rpd.univ.kiev.ua

Magnon modes at the presence of Belavin–Polyakov soliton, moving with a constant non-small velocity in a 2D isotropic antiferromagnet, are investigated. Analytical description of the magnon–soliton scattering is constructed in the long–wave approximation. Analytical results correspond to the numerical calculations for all frequencies.

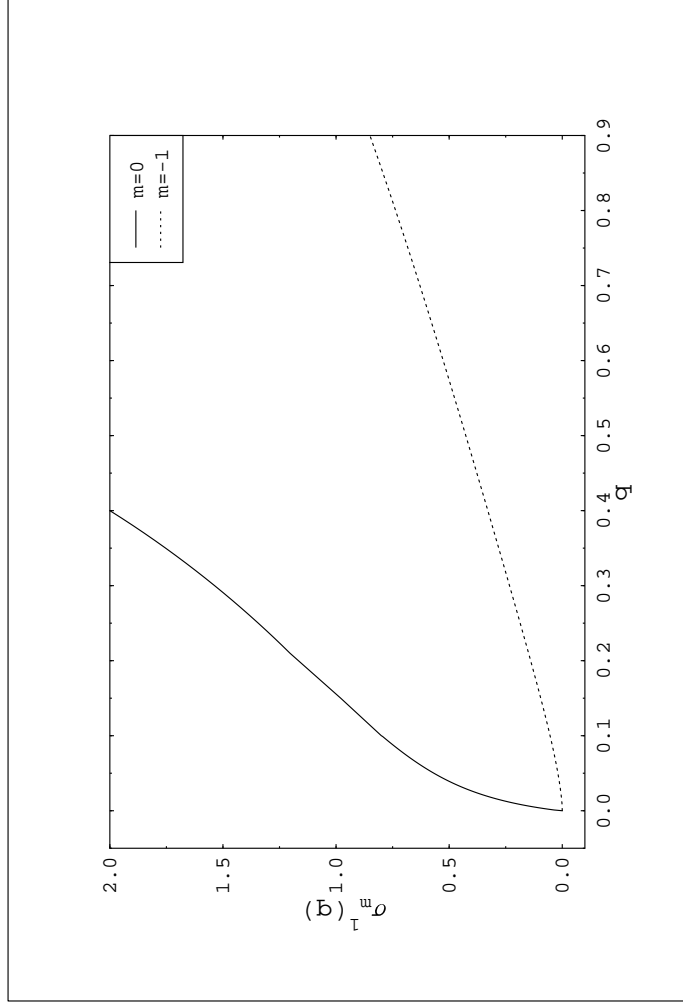


Рис. 1

Залежності амплітуд розсіяння від хвильового числа q .

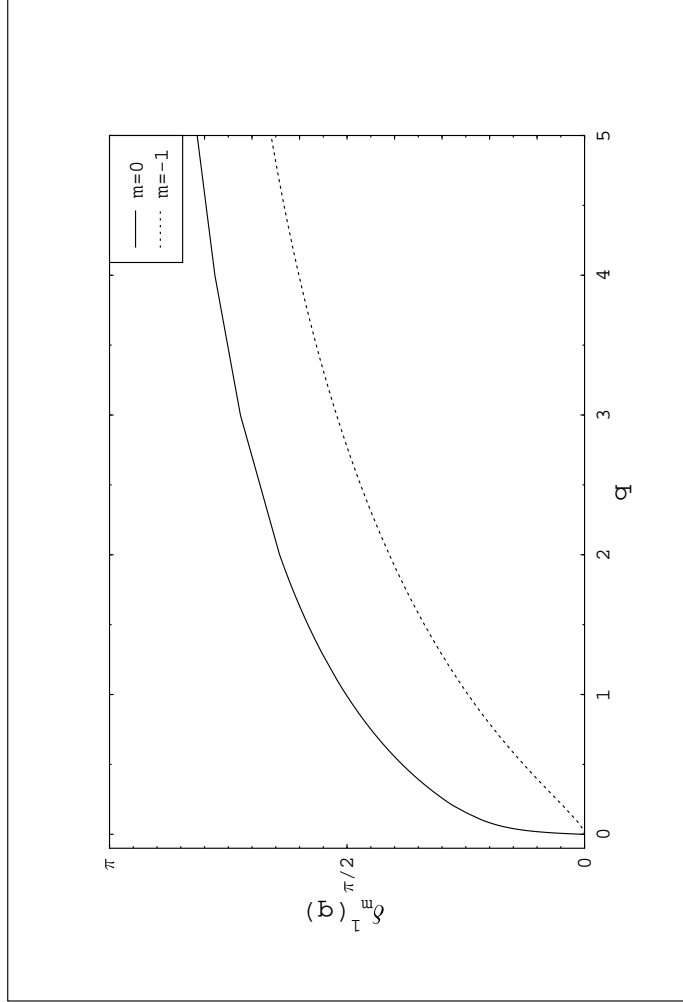


Рис. 2

Залежності фаз розсіяння від хвильового числа q .