

Эффективные уравнения движения частицеподобных возмущений в двумерных магнетиках

Е. Г. Галкина, Б. А. Иванов^{1,2}, В. М. Муравьев^{1,3}, Д. Д. Шека²

УДК № 537.61

© 2005

Институт физики НАН Украины
(пр. Науки, 46, Киев, 03028, Украина),

¹**Институт Магнетизма НАН и МОН Украины**
(бульв. акад. Вернадского 36^б, 03680, ГСП, Киев-142, Украина),

²**Киевский Национальный университет имени Тараса Шевченко**
(ул. Владимирская 64, Киев 01033, Украина; e-mail: denis_sheka@univ.kiev.ua),

³**Национальный авиационный университет**
(просп. Космонавта Комарова 1, Киев 03058, Украина)

Рассмотрена динамика различных типов нелинейных возмущений (магнитных вихрей, локализованных солитонов) в двумерных магнетиках в рамках анизотропной σ - модели, описывающей ферромагнетики и антиферромагнетики, в том числе раскомпенсированные. Показано, что рассмотрение линейной задачи о магнотных колебаниях на фоне солитона обеспечивает адекватное описание динамики солитона как целого. Построены эффективные уравнения движения солитона в различных магнетиках и проанализирована динамика солитонов для ограниченных магнетиков круговой геометрии.

Одним из важных направлений современной физики конденсированного состояния является исследование нелинейной динамики магнитоупорядоченных сред [1, 2]. Особая роль в динамике низкоразмерных магнетиков принадлежит нелинейным частицеподобным возмущениям (солитонам), которые существуют наравне с линейными квазичастицами (магнонами). В настоящее время хорошо известно, что одномерные (1D) солитоны (кинки) ответственны за разрушение дальнего порядка в магнетиках при конечных температурах. В двумерных (2D) изотропных магнетиках к такому же эффекту приводит существование солитонов Белавина–Полякова [3]. Нелокализованные 2D солитоны (вихри) обуславливают особый топологический фазовый переход Березинского–Костерлица–Таулеса [4, 5]. Динамика солитонов проявляется в функции отклика магнетика, которую можно наблюдать экспериментально в экспериментах по неупругому рассеянию нейтронов [6] и резонансными методами [7, 8].

Теория 1D магнитных солитонов была в основном построена к середине 80-х годов XX века. В частности, было установлено, что при малых скоростях эффективная динамика 1D солитонов имеет ньютонов характер для ферромагнетиков (ФМ) и при не-

малых скоростях — лоренц-инвариантный для антиферромагнетиков (АФМ) [1, 2]. Можно сказать, что в настоящее время достаточно глубоко понята как динамика, так и термодинамика 1D солитонов [2], включая неравновесную термодинамику солитонного газа [9].

Динамика 2D солитонов изучена значительно менее полно, чем в случае 1D. Картина усложняется появлением в неодномерных магнетиках дополнительной гироскопической силы, действующей на движущийся солитон. Это было впервые установлено при анализе цилиндрических магнитных доменов и их решеток [10, 11]. Наличие гироскопической силы исключает прямолинейное движение солитона, что должно приводить к ларморовой прецессии солитона по аналогии с прецессией электрона в магнитном поле под действием силы Лоренца. Для магнетиков с безактивационным магнотным спектром (изотропный и легкоплоскостной магнетик) частота ларморовой прецессии попадает в магнотный континуум, что ведет к излучению магнонов при движении солитона. В результате солитон движется в «магнотном облаке», и возникает нелокальная динамика центра солитона. Учитывая тот факт, что именно характер динамики центра вихря определяет такие фундаментальные характеристики магнетика, как центральный пик в функциях отклика и разрыв пар вихрей (переход Березинского–Костерлица–Таулеса), изучение вопроса приобретает первостепенное значение. Для понимания сложной физической картины важную роль сыграло как прямое численное моделирование на спиновых решетках, проведенное для вихрей в легкоплоскостных ФМ (обзор результатов см. в работе [12]), так и аналитическое исследование малых колебаний намагниченности на фоне со-

литона [13]. Оказалось, что динамика вихрей в ферромагнетиках может быть адекватно описана уравнениями высших порядков по времени для координаты центра солитона, причем явный вид слагаемых в эффективных уравнениях движения можно однозначно восстановить по данным о частотах собственных магнанных мод [13]. Проверка этой концепции численно дала, что эффективные уравнения движения вихря должны быть линейными по всем временным производным координаты его центра, и источником нелинейности в уравнениях является лишь внешняя сила, описывающая, например, воздействие границы системы на солитон. Таким образом, при построении уравнений движения солитона можно избежать анализа сложных нелинейных полевых уравнений, и свести задачу к линейной проблеме о малых колебаниях намагниченности на фоне неподвижного вихря, то есть, к задаче о солитон-магннном взаимодействии. Это было проверено для вихрей в ферромагнетике [13] и солитона в простейшей модели чисто изотропного магнетика [14, 15].

Решение задачи о солитон-магннном рассеянии было проведено для многих магнетиков [13–20]. Целью настоящей работы является применение этих известных данных для построения уравнений движения широкого класса двумерных солитонов на основе описанного выше подхода. Мы обсудим как локализованные солитоны, так и нелокализованные, точнее, слабо локализованные вихри, в ферромагнетиках и антиферромагнетиках, а также ферримагнетиках (ФИМ) со слабой раскомпенсацией намагниченностей подрешеток. Для всех этих материалов спиновую динамику можно описать на основе *обобщенной анизотропной σ -модели* для единичного векторного параметра порядка \mathbf{n} [21–24]. С использованием угловой параметризации $n_z = \cos \theta$, $n_x + in_y = \sin \theta \exp(i\phi)$, модельный Лагранжиан может быть записан в виде [24]

$$\mathcal{L} = JS^2 \int d^2x \left\{ \frac{(\partial_t \theta)^2}{2c^2} - \frac{(\nabla \theta)^2}{2} + \frac{\sin^2 \theta}{2} \left[\frac{(\partial_t \theta)^2}{c^2} - (\nabla \theta)^2 \right] - \frac{\zeta}{D} (1 - \cos \theta) \partial_t \phi - \mathcal{W}_a(\mathbf{n}) \right\}. \quad (1)$$

Здесь J — обменный интеграл, S — атомный спин (в единицах постоянной Планка \hbar), $D = JSa^2/\hbar$ — коэффициент спиновой жесткости, a — постоянная решетки, $c = 2JSa\sqrt{Z}/\hbar$ — скорость спиновых волн, Z — число ближайших соседей, $\mathcal{W}_a(\mathbf{n})$ — энергия анизотропии. Конкретный вид магнетика определяется

соотношением параметров c и ζ/D . Для описания ФМ нужно формально устремить $c \rightarrow \infty$ и положить $\zeta = 1$. Для АФМ $\zeta = 0$, то есть гироскопическое слагаемое отсутствует. Модель (1) при конечных ζ и c описывает ФИМ вблизи точки компенсации спиновых моментов подрешеток. Мы рассмотрим лишь одноосные магнетики, для которых плотность энергии анизотропии $\mathcal{W}_a(\mathbf{m})$ имеет вид

$$\mathcal{W}_a(\mathbf{m}) = \frac{2\delta}{a^2} \cos^2 \theta. \quad (2)$$

В случае $\delta > 0$ реализуется основное состояние типа изотропной легкой плоскости ($\theta_0 = \pi/2$), при $\delta < 0$ основным состоянием является легкая z -ось ($\theta_0 = 0, \pi$); случай $\delta = 0$ соответствует изотропному магнетик. Континуальное приближение адекватно случаю слабой анизотропии, $|\delta| \ll 1$, когда характерная «магнитная длина» $l_0 = a/\sqrt{4|\delta|}$ значительно превышает постоянную решетки a .

Простейшими нелинейными возбуждениями являются двумерные топологические солитоноподобные возбуждения: солитоны и вихри. Структура неподвижного солитона, находящегося в центре системы, имеет следующий вид:

$$\theta = f(\rho), \quad \phi = g(\chi) = \varphi_0 + q\chi, \quad (3a)$$

где ρ и χ — полярные координаты в плоскости магнетика, φ_0 — произвольная постоянная, $q \in \mathbb{Z}$ — топологический заряд солитона, характеризующий его внутриплоскостную структуру. Функция $f(\rho)$, характеризующая внеплоскостную структуру неподвижного солитона, является решением краевой задачи

$$\frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{df}{d\rho} - \frac{q^2}{\rho^2} \sin f \cos f - \partial_f \mathcal{W}_a = 0, \quad (3b)$$

$$f(0) = \pi, \quad f(\infty) = \theta_0.$$

Решение этой задачи в общем виде может быть найдено лишь численно. Исключением является случай изотропного магнетика, в котором $\mathcal{W}_a = 0$, и уравнения (3) имеют точное решение, так называемый солитон Белавина–Полякова, [3] $\text{tg}(f/2) = (R/\rho)^{|q|}$, где R — радиус солитона. Энергия солитона Белавина–Полякова не зависит от его радиуса R вследствие масштабной инвариантности модели изотропного магнетика, $\mathcal{E}_{\text{BP}} = 4\pi|q|JS^2$. Наличие анизотропии исключает существование солитонов конечной энергии. Так, в случае легкоплоскостного ФМ уравнения (3) имеют решения в виде вихрей, энергия которых логарифмически возрастает с увеличением размеров системы L , $\mathcal{E}_{\text{vortex}} \sim 4\pi|q|^2 JS^2 \ln(L/l_0)$. Вихреподобные решения могут быть энергетически

выгодными лишь при наличии дополнительных стабилизирующих механизмов, например, конкуренции обменного и нелокального диполь-дипольного взаимодействия. В легкоосных магнетиках при наличии анизотропии солитоны характеризуются динамикой типа внутренней прецессии спинов [1, 2]. Не конкретизируя механизм стабилизации солитона, будем считать, что реализована некоторая статическая (или динамическая, со стационарной динамикой типа прецессии) конфигурация, описывающая неподвижный солитон, и решим линеаризованную задачу о малых колебаниях параметра порядка на фоне этого солитона.

Линеаризованные уравнения движения могут быть описаны на основе одной комплексной переменной $\psi = (\theta - f) + i(\phi - g)/\sin f$, которая удовлетворяет комплексному волновому уравнению вида

$$H\psi + W\psi^* = -\frac{\partial_t^2 \psi}{c^2} + \frac{i\zeta}{D}\partial_t \psi, \quad H = (-i\nabla - \mathbf{A})^2 + U. \quad (4)$$

Гамильтониан H имеет вид, характерный для заряженной частицы при наличии потенциалов нормального и аномального спаривания U и W :

$$U(\rho) = -\frac{4\delta}{a^2} \cos^2 f - \frac{1}{2}f'^2 - \frac{\sin^2 f}{2} \left(\frac{q^2}{\rho^2} - \frac{4\delta}{a^2} \right), \quad (5a)$$

$$W(\rho) = \frac{f'^2}{2} + \frac{\sin^2 f}{2} \left(\frac{4\delta}{a^2} - \frac{q^2}{\rho^2} \right), \quad (5b)$$

которая находится в магнитном поле с векторным потенциалом \mathbf{A} и индукцией $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ следующего вида:

$$\mathbf{A}(\rho) = -\frac{q \cos f}{\rho} \mathbf{e}_\chi, \quad \mathbf{B} = -\frac{qf' \sin f}{\rho} \mathbf{e}_z. \quad (6)$$

Отметим важное свойство этой задачи, общее для всех типов солитонов: векторный потенциал имеет особенность в центре солитона, $\mathbf{A}(\rho) \sim q\mathbf{e}_\chi/\rho$, а вектор магнитной индукции эффективного поля направлен вдоль оси z . Решение уравнения (4) можно искать в виде разложения на парциальные волны [15, 19]

$$\psi = \sum_{\alpha=(\mathbf{k}, m)} (u_\alpha e^{i\Phi_\alpha} + v_\alpha e^{-i\Phi_\alpha}), \quad \Phi_\alpha = m\chi - \omega_\alpha t + \eta_\alpha, \quad (7)$$

где $m \in \mathbb{Z}$ — азимутальное квантовое число, η_α — произвольные начальные фазы. Указанное разложение приводит к вещественной спектральной задаче

для магнанных амплитуд u_α, v_α , которая содержит два связанных уравнения с радиальными операторами Шредингера, связь описывается потенциалом $W(\rho)$. При $q = 0$ и $f = \theta_0$ уравнения (4) имеют решение в виде $u, v \sim J_{|m|}(k\rho)$, где $J_m(x)$ — функция Бесселя m -го порядка. Эти решения представляют собой магнанные амплитуды для собственных состояний в круговой геометрии и являются разложением плоской спиновой волны. Отметим, что все моды в отсутствие солитона дважды вырождены по направлению вращения m . Закон дисперсии для магнонов определяется соотношением:

$$(k^2 + U_\infty - \Omega_+) (k^2 + U_\infty + \Omega_-) = W_\infty^2, \quad (8)$$

где U_∞ и W_∞ — значения потенциалов (5) при отсутствии солитонов, $\Omega_\pm = \zeta\omega/D \pm \omega^2/c^2$.

Рассмотрим колебания намагниченности в круговом магнетике радиуса L с солитоном в центре системы. Мы обсудим граничные условия Дирихле, отвечающие фиксированному значению параметра порядка на границе магнетика, так как именно такие условия возникают в дископодобных магнитных наночастицах [25]. Для свободных магнонов в круговом магнетике учет граничных условий приводит к дискретному спектру вида $k_m^{(n)} = j_m^{(n)}/L$, где $j_m^{(n)}$ — n -й нуль функции Бесселя $J_{|m|}(x)$. Солитон создает, прежде всего, эффективный потенциал притяжения для магнонов, который может связать некоторые магнонные состояния, приводя к появлению так называемых полулокальных голдстоуновских мод. Для нас важна трансляционная мода ($m = 1$), отвечающая смещению солитона как целого в бесконечном магнетике. При смещении на постоянный вектор \mathbf{d} вдоль оси x ψ -функция вдали от солитона асимптотически равна $(\mathbf{d} \cdot \nabla g(\chi)) = -d \sin \chi/\rho$. Угловая зависимость в этом выражении отвечает $m = 1$, а радиальная часть есть асимптотика функции Неймана $Y_{m=1}(k\rho)$ при $\rho \rightarrow 0$. С другой стороны, вдали от солитона должно иметь общий вид $J_1(k\rho) + \sigma_1(k)Y_1(k\rho)$, что позволяет восстановить явный вид амплитуды рассеяния $\sigma_1(k)$ для моды $m = 1$ с использованием специальной теории возмущений по k , развитой в [13]. Все типы солитонов в различных магнетиках отличаются лишь зависимостью амплитуды рассеяния от волнового числа $\sigma_1(k)$. Таким образом, в конечном магнетике голдстоунова мода имеет конечную, но аномально малую частоту ($kL \ll 1$) [13, 14, 17, 19, 26]. Следующим качественным результатом солитон-магнонного взаимодействия является снятие вырождения спектра магнанных состояний по m , что есть аналог зеемановского расщепле-

ния электронных состояний в магнитном эффективном поле (6).

Таким образом, мы приходим к следующей спектральной картине магнанных состояний: имеется, по крайней мере, одно состояние с аномально малым волновым числом (голдстоуновская мода) и дискретный набор зеемановских дублетов с волновыми числами, близкими по порядку к свободным состояниям. Обсудим сначала, какие уравнения движения движения получаются при учете только нижнего собственного значения.

Для АФМ существуют две частоты, отвечающие трансляционной голдстоуновской моде. На языке эффективных уравнений движения для координаты центра солитона \mathbf{X} две частоты — это собственные числа уравнения второго порядка. Подобное уравнение есть уравнение Ньютона, описывающее лоренц-инвариантную динамику солитона с массой $M = \mathcal{E}_0/c^2$ под действием внешней силы (силы изображения) $\mathbf{F}_e = -\alpha\mathbf{X}/L^p$ [14]

$$M \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2} = \mathbf{F}_e. \quad (9)$$

Для ФМ имеется одному нижнему собственному значению соответствует одна частота. Динамика солитона носит гироскопический характер и описывается уравнениями Тиля [27] вида

$$G \left[\frac{d\mathbf{X}}{dt} \times \mathbf{e}_z \right] = \mathbf{F}_e, \quad G = \frac{2\pi JS^2}{D}. \quad (10)$$

Так, для вихря в ФМ, возбуждение голдстоуновской моды соответствует круговой динамике вихря с частотой $\omega_0 \propto 1/L^2$.

Для промежуточного случая ФИМ с предельно малой раскомпенсацией учет нижайшей голдстоуновской моды приводит к ньютоновой динамике солитона с конечной массой $M = \mathcal{E}_0/c^2$ и гиросилой, $G = 4\pi\zeta JS^2/D$,

$$M \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2} + G \left[\frac{d\mathbf{X}}{dt} \times \mathbf{e}_z \right] = \mathbf{F}_e. \quad (11)$$

Подчеркнем, что в силу наличия двух ветвей магнного спектра, две характерные частоты движения солитона здесь, как и для АФМ, отвечают *одному* (наименьшему) собственному значению задачи (4).

Обсудим роль высших собственных значений (мод) задачи (4) для динамики солитона. Их учет может быть проведен на основе уравнений движения, содержащих высшие производные по времени

от координат центра солитона. В результате возникает целая иерархия эффективных уравнений, с нелокальными коэффициентами при высших производных. Для АФМ, магнный спектр которого имеет две ветви, эти эффективные уравнения движения должны содержать лишь четные производные по времени. При этом для описания динамики с учетом лишь одной высшей моды достаточно записать уравнение четвертого порядка:

$$M_2 \frac{d^4 \mathbf{X}}{dt^4} + M \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2} = \mathbf{F}_e. \quad (12)$$

Для солитона в изотропном АФМ «высшая масса» M_2 имеет нелокальный вид, $M_2 = \mathcal{E}_0 L^2 c^{-2} [j_1^{(0)}]^{-2}$ [15].

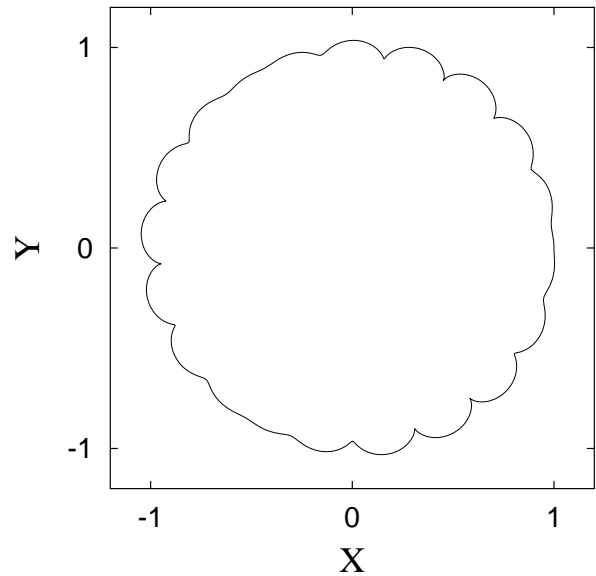


Рис. 1. Типичная траектория движения вихря в легкоплоскостном ФМ.

Для ФМ ситуация иная: магнный спектр состоит из низшей голдстоуновской моды, учет которой приводит к эффективной динамике солитона в рамках уравнений первого порядка (10). Для легкоплоскостного ФМ высшие моды объединены в дублеты, поэтому иерархическая система эффективных уравнений содержит лишь нечетные производные по времени. С учетом нижнего дублета динамика описывается уравнениями третьего порядка:

$$G_3 \left[\frac{d^3 \mathbf{X}}{dt^3} \times \mathbf{e}_z \right] + M \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2} + G \left[\frac{d\mathbf{X}}{dt} \times \mathbf{e}_z \right] = \mathbf{F}_e. \quad (13)$$

Первое слагаемое характеризует так называемую «высшую гиросилу», коэффициент G_3 расходуется с увеличением размеров системы как L^2 [28]. Типичная траектория движения вихря изображена на рис. 1. Она имеет вид сложной циклоидальной кривой и согласуется с данными численных экспериментов [12]. Альтернативное описание, основанное на использовании законов сохранения энергии и углового момента для системы вихрь-спиновые волны, приводит к тем же результатам [29]. Осцилляции на фоне усредненного гироскопического движения связаны со взаимодействием вихря и возбуждаемых им спиновых мод, отвечающим высшим дублетам в магнотном спектре.

В особом случае солитона Белавина-Полякова в изотропном ФМ мод в потенциал связи отсутствует, $W(\rho) = 0$ и только одна мода из дублета отвечает смещению солитона. В эффективных уравнениях движения

$$M \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2} + G \left[\frac{d\mathbf{X}}{dt} \times \mathbf{e}_z \right] = \mathbf{F}_e, \quad G = \frac{4\pi JS^2}{D} \quad (14)$$

это проявляется в том, что масса солитона появляется только при учете высшей моды и она является нелокальной $M = -4\pi q JS^2 (L/j_1^{(0)} D)^2$ [14].

Динамика солитонов в легкоосных магнетиках существенно отличается как от динамики вихрей, так и от солитонов Белавина-Полякова. В этом случае в системе могут существовать истинно локальные моды, возникающие благодаря аномальному спариванию W между уравнениями для u и v . Такие решения существуют только в случае, когда одна из магнотных ветвей спектра имеет конечную частоту активации ω_g , и частота локальной моды должна быть меньше, чем ω_g . Подобная ситуация наблюдается для случая солитонов в легкоосном ФМ [17] и для вихрей в легкоплоскостном АФМ [30]. Частота голдстоуновской моды в этом случае меньше энергии активации магнотных непрерывного спектра, поэтому движение солитона не сопровождается возбуждением высших мод континуума [17]. Благодаря сильной (экспоненциальной) локализации солитона, роль границы не существенна, поэтому в основном приближении магнотный спектр состоит из нулевой трансляционной моды и низкочастотной голдстоуновской моды, что отвечает уравнению движения вида (14), но с конечной массой солитона и с нулевой силой \mathbf{F}_e , действующей на солитон со стороны границы. Решением с нулевой частотой является солитон, покоящийся в произвольной точке системы, а не только в начале координат, возможно также решение с конечной частотой $\omega = G/M$, описывающее свободное движение соли-

тона с частотой, которая соответствует частоте внутренней локальной магнотной моды.

Обсудим теперь магнетик с раскомпенсацией намагниченностей подрешеток. Даже весьма малая раскомпенсация существенно меняет характер движения солитона. Динамика солитона в изотропном ФИМ может быть описана на основе уравнения 4-го порядка, содержащего как «высшую массу», так и «высшую гиросилу» [31]:

$$M_2 \frac{d^4 \mathbf{X}}{dt^4} + G_3 \left[\frac{d^3 \mathbf{X}}{dt^3} \times \mathbf{e}_z \right] + M \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2} + G \left[\frac{d\mathbf{X}}{dt} \times \mathbf{e}_z \right] = \mathbf{F}_e,$$

с конечной «ферромагнитной» гиросилой, $G = 4\pi \zeta JS^2/D$, так и с конечной «антиферромагнитной» массой $M = 4\pi JS^2/c^2$. Нелокальность в динамике солитона проявляется в «высших» коэффициентах [31]:

$$G_3 = \frac{8\pi \zeta JS^2}{c^2 D^2} \left(\frac{L}{j_1^{(0)}} \right)^2, \quad M_2 = \frac{4\pi JS^2}{c^4} \left(\frac{L}{j_1^{(0)}} \right)^2.$$

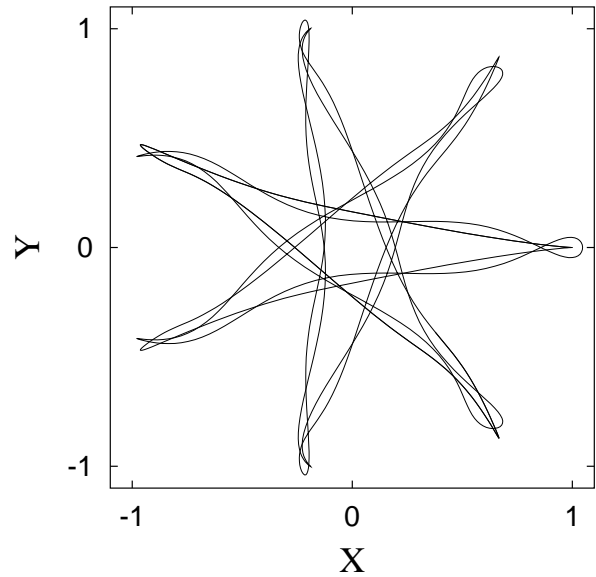


Рис. 2. Звездоподобная траектория движения солитона в слабо раскомпенсированном ферримагнетике. Для наглядности выбраны соизмеримые частоты: $\omega_1 = -(4/3)\omega_0$, $\omega_2 = 5\omega_0$, $\omega_3 = -5.5\omega_0$.

Анализ показал, что для вихрей ситуация практически та же, только величина массы слабо (логарифмически) расходуется с ростом размера системы. Итак, как для солитонов, так и для вихрей в таком материале траектория движения определяется нижними четырьмя частотами и имеет достаточно

сложный вид. Если частоты соизмеримы, то траектории замкнуты и имеют вид звездоподобных кривых, см. рис. 2. Число N вершин кривой определяется соотношением частот двух нижних мод, $\omega_1 = \omega_0(1 + N)/(1 - N)$, а наличие верхнего дублета существенно влияет на форму траектории вблизи вершин лучей звезды.

Проведенный выше анализ позволяет сделать вывод об адекватности описанию динамики солитона как целого на основе данных линейной задачи о малых магнотных колебаниях на фоне солитона. При этом динамические коэффициенты в уравнениях движения могут быть выражены через данные солитон-магнотного рассеяния. Возбуждение высших магнотных мод, возникающих при движении солитона приводит к нелокальным динамическим коэффициентам в уравнениях движения. При этом возникает иерархия уравнений движения: для АФМ возникают уравнения лишь нечетных порядков, в случае ФМ динамика описывается уравнениями четного порядка.

1. Косевич А. К., Иванов Б. А., Ковалев А. С. Нелинейные волны намагнитичности. Динамические и топологические солитоны. — Киев: Наук. думка, 1983.
2. Dynamics of Topological Magnetic Solitons. Experiment and Theory / V. G. Bar'yakhtar, M. V. Chetkin, B. A. Ivanov, S. N. Gadetskii. — Berlin: Springer-Verlag, 1994.
3. Белавин А. А., Поляков А. М. // *Письма в ЖЭТФ*. — 1975. — Т. 22, № 10. — С. 503–506.
4. Березинский В. Л. // *ЖЭТФ*. — 1972. — Т. 34. — С. 610.
5. Kosterlitz J. M., Thouless D. J. // *J. Phys.* — 1973. — Vol. C 6, no. 7. — Pp. 1181–1202.
6. Wiesler D. D., Zabel H., Shapiro S. M. // *Z. f. Physik.* — 1994. — Vol. B 93. — Pp. 277–297.
7. Waldner F. // *J. Magn. Magn. Mater.* — 1983. — Vol. 31–34. — P. 1203.
8. Zaspel C. E., Drumheller J. E. // *International Journal of Modern Physics.* — 1996. — Vol. 10, no. 27. — Pp. 3649–3671.
9. Baryakhtar I. V., Baryakhtar V. G., Economou E. N. // *Phys. Lett.* — 1995. — Vol. A 207, no. 1. — Pp. 67–71.
10. Малоземов А., Слонзуски Д. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. — М.: Мир, 1982. — 380 с.
11. Барьяхтар В. Г., Горобец Ю. И. Цилиндрические магнитные домены и их решетки. — Киев: Наукова думка, 1988. — 168 с.
12. Mertens F. G., Bishop A. R. // *Nonlinear Science at the Dawn of the 21st Century* / Ed. by P. L. Christiansen, M. P. Soerensen, A. C. Scott. — Berlin: Springer-Verlag, 2000.
13. B. A. Ivanov, H. J. Schnitzer, F. G. Mertens, G. M. Wysin // *Phys. Rev.* — 1998. — Vol. B 58, no. 13. — Pp. 8464–8474.
14. Иванов Б. А., Муравьев В. М., Шека Д. Д. // *ЖЭТФ*. — 1999. — Т. 116, № 3(9). — С. 1091–1114.
15. E. G. Galkina, B. A. Ivanov, V. M. Murav'ev, D. D. Sheka // *The Physics of Metals and Metallography.* — 2003. — Vol. 95, Suppl. 1. — Pp. S68–S79.
16. Иванов Б. А. // *Письма в ЖЭТФ*. — 1995. — Т. 61, № 11. — С. 898–902.
17. Sheka D. D., Ivanov B. A., Mertens F. G. // *Phys. Rev.* — 2001. — Vol. B 64, no. 2. — P. 024432.
18. Ivanov B. A., Wysin G. M. // *Phys. Rev.* — 2002. — Vol. B 65, no. 13. — P. 134434.
19. D. D. Sheka, I. A. Yastremsky, B. A. Ivanov et al. // *Phys. Rev.* — 2004. — Vol. B 69. — P. 054429.
20. Ivanov B. A., Zaspel C. E. // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 94. — P. 027205.
21. Барьяхтар И. В., Иванов Б. А. // *ФНТ*. — 1979. — Т. 5, № 7. — С. 759–770.
22. Андреев А. Ф., Марченко В. И. // *УФН*. — 1980. — Т. 130, № 1. — С. 39–63.
23. Mikeska H. J. // *J. Phys.* — 1980. — Vol. C 13, no. 15. — Pp. 2913–2923.
24. Иванов Б. А., Сукстанский А. Л. // *ЖЭТФ*. — 1983. — Т. 48. — С. 370.
25. Ivanov B. A., Zaspel C. E. // *Appl. Phys. Lett.* — 2002. — Vol. 81, no. 7. — P. 1261.
26. Sheka D. D., Ivanov B. A., Mertens F. G. // *European Magnetic Materials and Applications: Proceedings.* — Vol. 373–376 of *Materials Science Forum.* — Trans Tech Publications, 2001. — Pp. 803–806.
27. Thiele A. A. // *Phys. Rev. Lett.* — 1973. — Vol. 30. — Pp. 230–233.
28. Ivanov B. A., Stephanovich V. A. // *Phys. Lett.* — 1989. — Vol. A 141, no. 1,2. — Pp. 89–94.
29. Kovalev A. S., Mertens F. G., Schnitzer H. J. // *Eur. Phys. J.* — 2003. — Vol. B 33. — Pp. 133–145.
30. Ivanov B. A., Kolezhuk A. K., Wysin G. M. // *Phys. Rev. Lett.* — 1996. — Vol. 76, no. 3. — Pp. 511–514.
31. Е. Г. Галкина, Б. А. Иванов, В. М. Муравьев и др. // *Металлофиз. новейшие технол.* — 2004. — Т. 26, № 11. — С. 1423–1430.

ЕФЕКТИВНІ РІВНЯННЯ РУХУ ЧАСТИНКОПОДІБНИХ ЗБУДЖЕНЬ В ДВОВИМІРНИХ МАГНЕТИКАХ

О. Г. Галкина, Б. О. Иванов, В. М. Муравьев, Д. Д. Шека

Резюме

Розглянуто динаміку солітонних збуджень в різних двовимірних магнетиках на основі запропонованої анізотропної σ -моделі, узагальненої на випадок розкомпенсованого антиферомагнетика. Показано, що розв'язання лінійної задачі про магнотні коливання на фоні солітону забезпечує адекватний опис динаміки солітону як цілого. Побудовано ефективні рівняння руху солітону в різноманітних магнетиках і проаналізовано динаміку солітонів для обмежених магнетиків кругової геометрії.

EFFECTIVE EQUATIONS OF MOTION OF THE PARTICLE-
LIKE EXCITATIONS IN TWO-DIMENSIONAL MAGNETS*E. G. Galkina, B. A. Ivanov, V. M. Muravyov, and D. D. Sheka*Institute of Physics, Nat. Acad. Sci. of Ukraine
(46 Nauky Prosp., Kyiv 03028, Ukraine),¹ Institute of Magnetism, Nat. Acad. Sci. of Ukraine
(36b, Academician Vernadsky Blvd., Kyiv 03142, Ukraine),² Taras Shevchenko Kyiv National University
(64, Volodymirska Str., Kyiv 01033, Ukraine),³ National Aviation University
(1, Komarova Prosp., Kyiv 03058, Ukraine)

S u m m a r y

Soliton dynamics for the different two-dimensional magnets is described by the anisotropic σ -model, which is generalized for the non-compensated antiferromagnets. The linear problem of the small magnon oscillations on the soliton background is shown to be adequate for the soliton dynamics description. Effective equations of the soliton motion are derived for the number of magnets; the soliton dynamics is analyzed for the finite-size circular magnets.